HEAT EQUATION IN MATLAB 7.0, mathworks.ir

MASOUD SHAMS

SUMMER 2012

برای حل معادله گرما با زمان t وفضای تک بعد x از تابع pdepe استفاده میکنیم.

فرض کنید برای مثال مایلیم معادله گرمای زیر را حل کنیم.

$$u_{t=}u_{xx}$$

$$u(t,0) = 0 \ \ ,u(t,1) = 1$$

$$u(0,x) = \frac{2x}{1+x^2}$$

فرم کلی معادله سهمی وار متلب بصورت:

$$c(x,t,u,u_x)u_{t=}x^{-m}\frac{\partial}{\partial x}(x^m b(x,t,u,u_x) + s(x,t,u,u_x)$$

و همین طور فرم کلی شرایط مرزی بصورت:

$$p(x_l,t,u) + q(x_l,t).\,b(x_l,t,u,u_x)=0$$

$$p(x_r,t,u) + q(x_r,t).\,b(x_r,t,u,u_x)=0$$

که x_l نمایانگر نقطه ابتدا وx_rنمایانگر نقطه انتهایی شرایط مرزی می باشد.شرایط اولیه برابر است با:

$$u(0,x) = f(x)$$

توجه کنید که b دارای مقدار ثابت در هر دو معادله است. معمولا هر کدام از معادله های بالا را در ام فایل جداگانه قرار می دهیم.مقادیر S,b,c را از مقایسه معادله حاکم در مثال با فرم کلی معادله سهمیگون در متلب بدست اورده ودر ام فایل مشخص میکنیمPوq راهم در ام فایل دوم قرار میدهیم. ودر اخر شرایط کرانه ای را در ام فایل سوم قرار میدهیم. سپس به کمک دستورpdepe سه ام فایل را ترکیب کرده معادله را حل میکنیم.

در این مثال داریم:

$$c(x,t,u,u_x) = 1$$

$$b(x,t,u,u_x) = u_x$$

$$s(x,t,u,u_x) = 0$$

توجه کنید که مقادیرc,b,s رادر فرم کلی طوری مقدار دهی میکنیم تا به معادله حاکم در صورت سوال برسیم.مشخص است که m باید برابر با صفر باشد تا عملا x ازمعادله حذف شود.m را در اخرمقداردهی می کنیم.

کد زیر نمایانگر معادله اصلی و در ام فایلeqn1.m ذخیره میکنیم.

```
function [c,b,s] = eqn1(x,t,u,DuDx)
%EQN1: MATLAB function M-file that specifies
%a PDE in time and one space dimension.
c = 1;
b = DuDx;
s = 0;
```

برای شرایط مرزی داریم:

$$u(t,0) = 0 \quad \leftrightarrow \quad p(0,t,u) + q(0,t).\,b(0,t,u,u_x)=0$$

qبرابر ۰ است تا bنیز صفر شده تا عملا این قسمت حذف شود.در نتیجه pبرابربا u میشود.تو جه کنید که برنامه نویسان شرایط مرزی را به گونه ای به فرم بالا در اورده تا برای تمام معادلات عمومیت داشته باشد.ما با تعیین ضرایب بگونه ای عمل میکنیم تا شرایط مرزی تبدیل به شرایط مرزی مثال شود.

به همین صورت برای شرایت انتهایی عمل میکنیم.

$$u(t,1) = 1 \quad \leftrightarrow \quad p(1,t,u) + q(1,t).\,b(1,t,u,u_x)=۰$$

باز هم مقدار qبرابر با صفرومقدار p برابر با u-1است.حال نتایج را در ام فایل bc1 ذخیره میکیم.

```
function [pl,ql,pr,qr] = bc1(xl,ul,xr,ur,t)
%BC1: MATLAB function M-file that specifies boundary conditions
%for a PDE in time and one space dimension.
pl = ul;
ql = 0;
pr = ur-1;
qr = 0;
```

و حالا شرایط کرانه ای را در ام فایل initial1.mذخیره میکنیم.

```
function value = initial1(x)
%INITIAL1: MATLAB function M-file that specifies the initial condition
%for a PDE in time and one space dimension.
value = 2*x/(1+x^2);
```

واما نوبت به حل مساله با کمک دستور pdepe رسیده است.

```
%PDE1: MATLAB script M-file that solves and plots
%solutions to the PDE stored in eqn1.m
m = 0;
% NOTE: m=0 specifies no symmetry in the problem. Taking
% m=1 specifies cylindrical symmetry, while m=2 specifies
% spherical symmetry.
%
% Define the solution mesh
x = linspace(0,1,20);
t  = linspace(0,2,10);
%Solve the PDE
u = pdepe(m,@eqn1,@initial1,@bc1,x,t);
%Plot solution
surf(x,t,u);
title('Surface plot of solution');
xlabel('Distance x');
```

ylabel('Time t');.به شکل۱.۱ توجه کنید.

در اکثر مواقع به دنبال شکلی مفید میگردیم تا به کمک ان تحلیل خوبی از مسئله داشته باشیم.برای t ثابت uرا برحسب xرسم میکنیم .در جواب uبه صورت ماتریکس ایندکس توسط شاخص بردار x و t ذخیره شده است.برای مثال u(1,5) مقدار uرا در نقطه (t(1),x(5)) مشخص میکند.ما میتوانیم به کمک دستور Plot(x,u(1,:))مقدار u را در اغاز(درt=0) رسم کنیم.شکل ۱.۲ را ملاحظه کنید.

```
fig = plot(x,u(1,:),'erase','xor')
for k=2:length(t)
set(fig,'xdata',x,'ydata',u(k,:))
pause(.5)
end
```

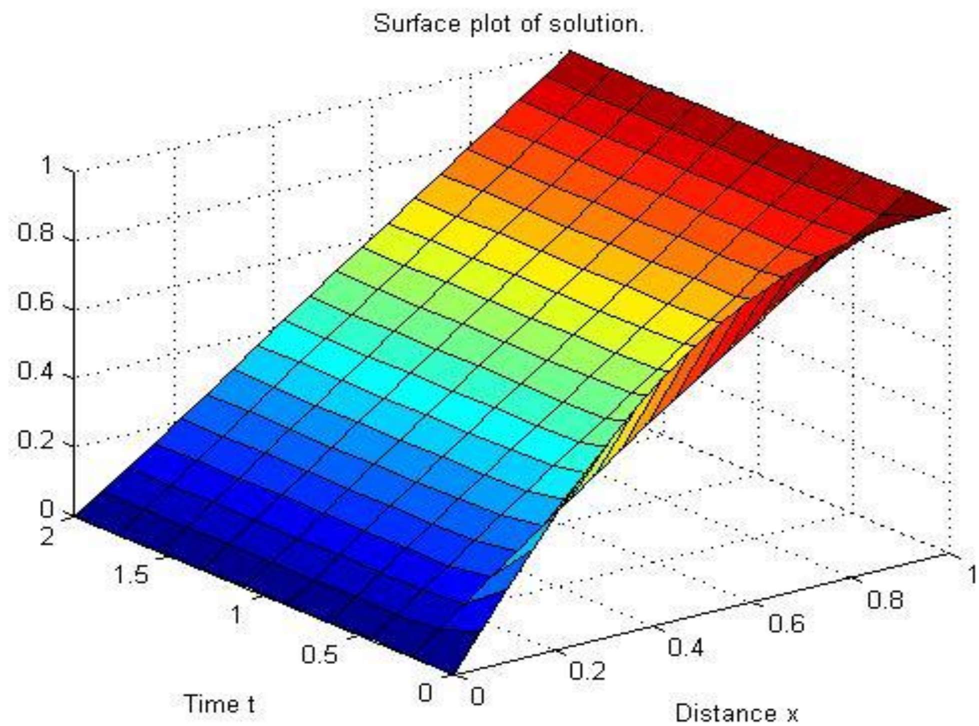

Figure 1.1

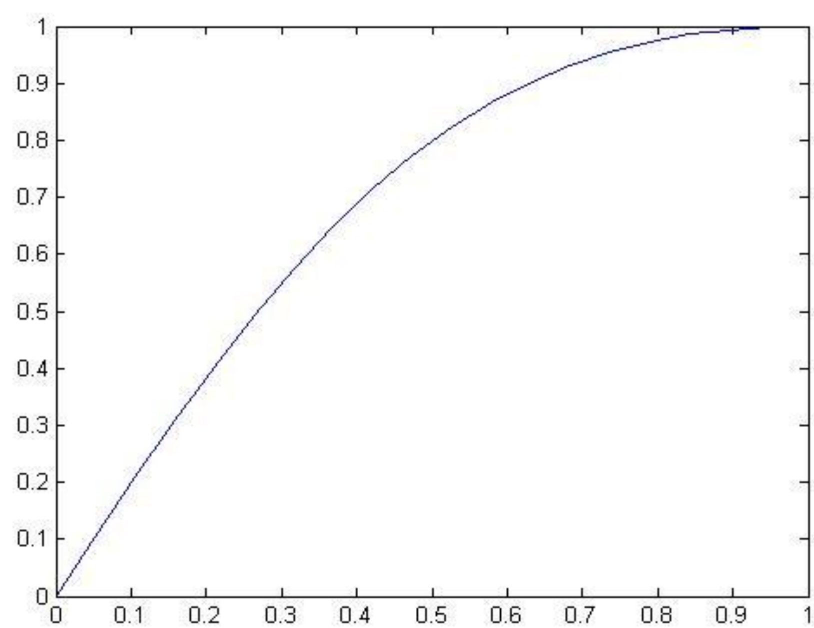

Figure 2.2

منتظر اموزش PDEtool باشید.